تصور مقترح لتطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية

أ. آمنه بنت سعد النحيت الحربي & أ. د. سعيد بن جابر المنوفي

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

تصور مقترح لتطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية

أ. آمنه بنت سعد النحيت الحربي
طالبة دكتوراه بكلية التربية – جامعة القصيم
Amnah558@gmail.com
أ. د. سعيد بن جابر المنوفي
أستاذ تعليم الرياضيات بكلية التربية – جامعة القصيم
sgmenoufy@yahoo.com

قدمت للنشر في 4/ 3 / 2024 **قبلت للنشر في 1/ 5/ 2024**

المستخلص: هدف البحث إلى بناء تصورٍ مقترح لتطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية. ولتحقيق ذلك اعتمد البحث أسلوب المجموعات الثابتة (Staticized Groups). وتكوَّن مجتمع البحث من خبراء مناهج الرياضيات، واقتصرت عينة البحث المختارة قصديًّا على (6) من خبراء مناهج الرياضيات. ولجمع البيانات أُستخدمت الاستبانة. وتوصلت نتائج البحث إلى موافقة الخبراء على جميع بنود تقييم مكونات التصور المقترح في صورته المبدئية، وإعداد التصور المقترح في صورته النهائية. واستنادًا إلى هذه النتائج، قدّم البحث عددًا من التوصيات لوزارة التعليم ومطوري مناهج الرياضيات ومعلمي الرياضيات. وقدّم أيضًا عددًا من المقترحات ذات الصلة بموضوع البحث.

الكلمات المفتاحية: الرياضيات البصرية، التمثيلات الرياضية، التمثيلات المتعددة.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

A Proposal for Developing the Mathematics Curriculum to First Intermediate Grade in Light of Employment Visual Mathematics

Amenah Saad Alneheet AlHarby
PhD candidate at College of education, Qassim University, Saudi Arabia
Amnah558@gmail.com

Saeed Gaber Elmenoufy
Professor of Mathematics Education, College of Education, Qassim University, Saudi Arabia
sgmenoufy@yahoo.com

Received on 04/03/2024 **Accepted on 01/05/2024**

Abstract: The research, addressing a crucial and timely topic, aimed to create a proposal for developing the mathematics curriculum for the 1st intermediate grade in light of employing Visual Mathematics. To achieve this, the scientifically rigorous Staticized Groups method was applied. The research population consisted of Mathematics curricula experts; the purposefully selected study sample was limited to (6) Mathematics curriculum experts. To collect data, the research used a questionnaire. The research results found that experts agreed on all items to assess the components of the proposal in its initial form and prepare the proposal in its final form. These findings have significant implications for the Ministry of Education, Mathematics curriculum developers, and Mathematics teachers, as they provide a clear direction for the development of the mathematics curriculum. The research also presented several suggestions related to the topic of the research.

Keywords: Visual Mathematics, Mathematical Representations, Multiple Representations.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

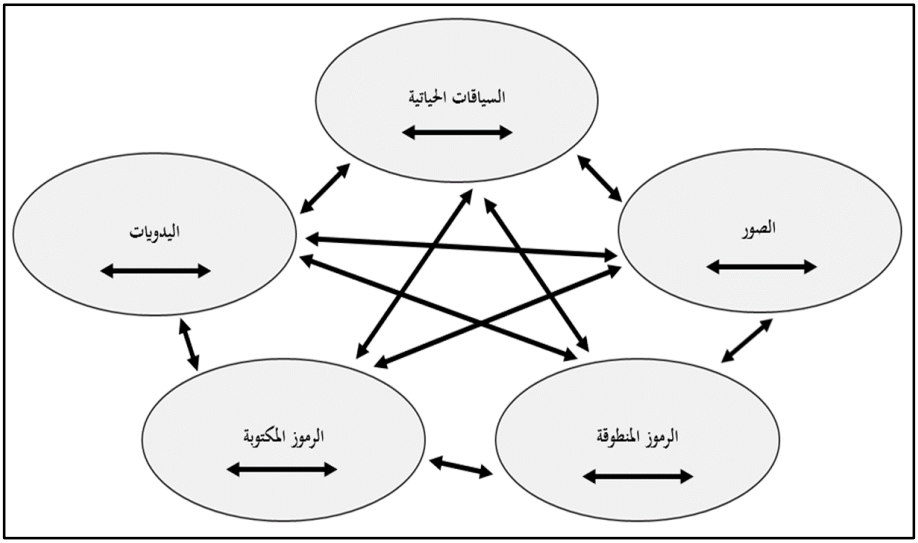
مقدمة

يُعدُّ مبدأ الأدوات والتقنية أحد المبادئ الأساسية لبرامج الرياضيات المدرسية الفعالة التي حددها المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014)، ويهدف إلى دمج الأدوات والتقنية في تعليم الرياضيات وتعلمها. حيث تساعد الأدوات والتقنية المعلمين والطلاب على تصوّر المفاهيم الرياضية المجردة وتُجسّدها (هيئة تقويم التعليم والتدريب، 2019، 19).

ويُعرف تصوير المفاهيم والقواعد والعلاقات الرياضية باستخدام الأدوات والتقنية بمصطلح الرياضيات البصرية (Karadag & McDougall, 2009, 1631). وتشير ليما وآخرون (Lima et al., 2021, 4088) إلى أن هذا المصطلح يعني استخدام العناصر البصرية في صفوف دراسة الرياضيات، مثل: المكعبات، وطي الورق، والألعاب والبرمجيات الرياضية.

ويُمكن تحديد أدوات الرياضيات البصرية بالاستناد إلى تصنيف التمثيلات الرياضية المتعددة حيث تصنّف إلى عدة أنواع، وأشهر من صنّفها هو ريتشارد ليش (Richard Lesh) في نموذجه الذي يقترح تمثيل الأفكار الرياضية في خمسة أنواع مختلفة، هي: اليدويات، والصور، والسياقات الحياتية، والرموز المنطوقة، والرموز المكتوبة، ويُبرِز النموذج التفاعلات بين التمثيلات وضمنها، فالأسهم التي تربط بين الأنواع المختلفة تبيّن الترجمات بين الأنواع، في حين تبيّن الأسهم الداخلية الترجمات ضمن الأنواع (Cramer, 2003, 450). ويوضح الشكل (1) هذه الأنواع والعلاقة بينها.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5



شكل (1): نموذج ليش (Cramer, 2003, 449).

واقترح جونسون (Johnson, 2018, 1-3) أنَّه نتيجةً لتقدّم التطبيقات التقنية فإنَّ هناك فرصة لتوسيع نموذج ليش، ليشمل التمثيل التقني، الذي يُشار إليه باسم التقنية، وهو استخدام أي تقنية، مثل: الآيباد (iPad) أو برنامج كمبيوتر أو موقع إلكتروني أو تطبيق أو غيرها من التقنيات التي تُنتج نُسخًا متماثلة ومتحركة للتمثيلات الملموسة أو التصويرية.

وأسهم مور وآخرون في توسيع نموذج ليش بإضافة الإيماءات (Gestures) حيث إنَّ النموذج لا يتضمنها صراحةً (Moore et al., 2020, 21). وقد صنّف اليبالي وناثان (Alibali & Nathan, 2007, 353-354) الإيماءات التي يمكن توظيفها في تعليم الرياضيات إلى ثلاثة أنواع، هي: إيماءات التأشير، وعرَّفاها بأنَّها إيماءات تستخدم للإشارة إلى الأشياء أو المواقع أو الكتابات أو الطلاب. والإيماءات التمثيلية، وعرَّفاها بأنَّها إيماءات يُمثِّل فيها شكل اليد أو مسار حركة اليد أو الذراع شيئًا أو فعلًا أو مفهومًا أو علاقة. وإيماءات الكتابة، وعرَّفاها بأنَّها الكتابة التي

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

يُنتجها المعلم أثناء التحدث، التي يدمجها مع الحديث بالطريقة نفسها التي تُدمج بها إيماءات اليد والذراع مع الحديث.

وبناءً على ما سبق؛ تتحدّد أدوات الرياضيات البصرية في التمثيلات الملموسة والتصويرية، بالإضافة إلى التمثيلات التقنية لكلٍ منهما، والإيماءات التمثيلية؛ لأنَّ هذه التمثيلات يمكن بواسطتها رؤية الرياضيات وتصويرها بصريًّا.

إن تعليم الرياضيات يتطلب توظيف الرياضيات البصرية (Smith & Cekiso, 2020, 3)؛ نظرًا لدورها في تجسيد الأفكار والمفاهيم الرياضية (Remillard & Kim, 2020, 33). ويشير مورفي (Murphy, 2020, 2-3) إلى أنَّ الرياضيات البصرية تُشجع الطلاب على التفكير الإبداعي، وتُساعدهم في حل المسائل الرياضية، وإيصال أفكارهم الرياضية وإظهار ما يعرفونه للآخرين، وبالتالي تتيح للمعلم فُرصًا للتقييم حيث يستطيع المعلم رؤية ما يفكر فيه الطالب.

كما تساعد الرياضيات البصرية على تفعيل الحوار الصفي من خلال مناقشة الأفكار الرياضية التي مثّلها الطلاب بطريقة بصرية، بالإضافة إلى أنَّ هذه التمثيلات التي قام بها الطلاب بأنفسهم يمكن أن تكون خبرات تعلّم قوية لهم؛ لأنّه ينبغي عليهم مراعاة العديد من خصائص الأفكار الرياضية أثناء تمثيلهم لها (بدوي، 2019).

ومع أنَّ الرياضيات البصرية تُعدُّ أكثر أهمية للأطفال الصغار؛ لأنَّهم يفتقرون إلى القدرة المعرفية على التفكير المجرّد؛ فإنَّ الطلاب في جميع المراحل الدراسية يمكنهم الاستفادة من المعلومات التي تُقدَّم لهم بطرق متعددة (شونك، 2016/ 2020، 379). وتوصي بوالر وآخرون (Boaler et al., 2016, 4-6) بأنَّ يصبح تعليم الرياضيات وتعلمها أكثر بصرية، وألا يقتصر ذلك على المرحلة الابتدائية، حيث يمكن توظيف الرياضيات البصرية في المناهج لجميع الصفوف الدراسية.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

وقد نصّت بعض الأدبيات على أهمية توظيف الرياضيات البصرية في تعليم طلاب المرحلة المتوسطة وتعلمهم، ومنها أن التوظيف الفعّال للتمثيلات الملموسة يمكن أن يؤدي دورًا مهمًا في تعليم المرحلة المتوسطة (Posamentier & Smith, 2021, 11)؛ لأنها تجعل الرياضيات ملموسة وتسمح للطلاب برؤية الرياضيات وبناء استيعابهم المفاهيمي لها، وهذا مهم للطلاب في المرحلة المتوسطة حيث تزداد المفاهيم تعقيدًا (Moore & Rimbey, 2022, 2). وركزت سميث (Smith et al., 2017, 119) على أنَّ للرياضيات البصرية أهمية خاصة في المرحلة المتوسطة حين يواصل الطلاب تنمية استدلالهم الجبري وحسهم المكاني.

وبالاطلاع على مناهج الرياضيات المقرّرة على طلاب المرحلة المتوسطة بالمملكة العربية السعودية، تتضح بعض الجوانب الإيجابية ذات الصلة بتوظيف الرياضيات البصرية، حيث يستند تدريس هذه المناهج إلى استراتيجية استخدام التمثيلات البصرية (Glencoe Mathematics, n.d., 9). وتحتوي المناهج على أنشطة تنويع التعليم؛ مثل (مساعدات بصرية، التعليم الحركي والبصري، استعمال الوسائل، التمثيل البصري للمفهوم، المتعلمون البصريون)، ودروس الاستكشاف والتوسع ومنها دروس تتضمن بعض اليدويات والرسوم، واستراتيجيات حل المسألة؛ مثل (استراتيجية الرسم واستراتيجية استعمال التمثيل البياني).

ومن أجل تحسين توظيف الرياضيات البصرية في مناهج الرياضيات بصورة تجعلها قادرة على الرفع من مستوى عملية تعليم الرياضيات وتعلمها، فإنه يمكن استهداف توظيفها في عملية تطوير المناهج، حيث تُسهم عملية التطوير في تعزيز الجوانب الإيجابية لتوظيف الرياضيات البصرية في المناهج ومعالجة جوانب القصور.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

مشكلة البحث

تضمنت مناهج الرياضيات المقرّرة على طلاب المرحلة المتوسطة بالمملكة العربية السعودية جوانب إيجابية في توظيف الرياضيات البصرية إلى جانب التمثيلات الرمزية؛ إلا أنَّ نتائج بعض الدراسات السابقة أظهرت ضعف مستوى توظيف الرياضيات البصرية في هذه المناهج، حيث توصّلت دراسة ياسين (2010) إلى تدني درجة مراعاة نمط التعلم البصري عند تقديم المفاهيم والتعميمات في بعض فصول كتاب الرياضيات للصف الأول المتوسط. وكشفت دراسة الغامدي (2018) أنَّ كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة توّظف اليدويات في عرض المفاهيم والأفكار الرياضية المجرّدة المضمّنة في موضوعات الأعداد والعمليات وموضوعات الجبر بمستوى يتراوح ما بين منخفض ومنخفض جدًا، ما عدا موضوعات الجبر في كتاب الصف الثاني فقد وُظفت اليدويات بمستوى متوسط. وأشارت دراسة البلوي (2020) إلى أهمية تضمين استراتيجيات تمثيل المسألة سواءً بالرسم أو بناء النماذج بشكلٍ أوسع من وضعها الحالي حيث إنَّها مطلب في المرحلة المتوسطة. وأظهرت دراسة الدبيان (2021) أن محتوى منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط يشجع على توظيف التقنية بأشكالها المتعددة بنسبة ضعيفة. وأظهرت دراسة الغامدي (2022) انخفاض مستوى تعزيز محتوى منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط بالتمثيلات الرياضية المتعددة المستويات (يدويات ونماذج ومحسوسات) لمعالجة المفاهيم الرياضية.

وبناءً على ما سبق، وحيث إنَّه لا توجد دراسات عربية – على حد علم الباحثَين – استهدفت استهدافًا مباشرًا دراسة الرياضيات البصرية، ولكون منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط يُمثّل بداية مناهج المرحلة المتوسطة؛ تحددت مشكلة الدراسة في بناء تصورٍ مقترح لتطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

هدف البحث

هدف البحث إلى بناء تصور مقترح لتطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية.

سؤال البحث

أجاب البحث عن السؤال: ما التصور المقترح لتطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية؟

أهمية البحث

تحددت أهمية البحث فيما يلي:

1. ارتباط موضوع البحث بالرياضيات البصرية الذي يُعدُّ أحد الاتجاهات الحديثة في مجال تعليم الرياضيات وتعلمها (Khalil et al., 2024, 550).
2. قد يُساعد القائمين على تطوير مناهج الرياضيات في التعرف على كيفية توظيف الرياضيات البصرية في منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط.
3. قد يُساعد معلمي ومعلمات الرياضيات في معرفة كيفية توظيف الرياضيات البصرية في تعليم الرياضيات؛ بما قد يُسهم في تحسين ممارساتهم التدريسية خاصةً ممارسة استخدام التمثيلات الرياضية والربط بينها.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

حدود البحث

اقتصر البحث على الحدود الآتية:

- الحدود الموضوعية: منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط، وأدوات الرياضيات البصرية (التمثيلات الملموسة، التمثيلات التصويرية، الإيماءات التمثيلية، التمثيلات التقنية لكلٍ من التمثيلات الملموسة والتصويرية).
- الحدود الزمانية: طُبق البحث في الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي 1445هـ.

مصطلحات البحث

التصور المقترح (Proposal)

يُعرّف زين الدين (2013، 6) التصور المقترح بأنَّه: تخطيط مستقبلي مبني على نتائج فعلية ميدانية من خلال أدوات منهجية كمية أو كيفية لبناء إطار فكري عام يتبناه الباحثون أو التربويون. ويُعرّف إجرائيًا بأنَّه: إطار إرشادي مقترح يهدف إلى تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية، من خلال تحديد أسس تطوير المنهج، وإجراءات تطوير مكوناته (معايير الأداء، المحتوى، الاستراتيجيات التدريسية، الأنشطة التعليمية، الأدوات والتقنية، التقويم)، وإجراءات تطوير دليل المعلم؛ لدعم ممارساته التدريسية في ضوء توظيف الرياضيات البصرية.

الرياضيات البصرية (Visual Mathematics)

يُعرّف كاراداغ وماكدوغال (Karadag & McDougall, 2009, 1631) الرياضيات البصرية بأنَّها: تصوير المفاهيم والقواعد والعلاقات الرياضية.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

وتُعرّف إجرائيًا بأنَّها: عملية تصوير المعرفة الرياضية المضمّنة في منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط، باستخدام التمثيلات الملموسة (مثل: مكعبات الأساس عشرة ومكعبات الوصل)، والتمثيلات التصويرية (مثل: نموذج الشريط وخط الأعداد المزدوج)، والإيماءات التمثيلية (مثل: استعمال أصابع اليد لتمثيل مفهوم الزيادة)، إضافة إلى التمثيلات التقنية لكلٍ من التمثيلات الملموسة والتصويرية (مثل: اليدويات الافتراضية).

منهج البحث

انطلاقًا من مشكلة البحث وهدفه وسؤاله، اعتمد البحث على أسلوب المجموعات الثابتة (Staticized Groups)، وهو أسلوب يشبه أسلوب دلفي (López-Arquillos & Rubio-Romero, 2015, 61)، والاختلاف المنهجي بينهما هو أن الاستبانة تُطبق في جولة واحدة ولا توجد جولات إضافية (Rey-Merchán et al., 2022, 3). ويُعرّف بأنَّه: مجموعة الأفراد الذين يقدمون اقتراحات أو يُقدّرون الكميات دون أن يجتمعوا، وعادة ما يكون لديهم تفاعل واحد مع المدخلات، وتُضمّن مدخلاتهم في قائمة رئيسة إذا كانوا يقدمون اقتراحات، أو تُحسب المتوسط إذا كانوا يضعون تقديرات كمية (Carretero-Gómez, 2009, 908). ويُعرّف أيضًا بأنَّه: أسلوب بحث مُنظّم للحصول على تقدير مجموعة من الخبراء حول موضوع ما، حيث يُطلب منهم المشاركة في استبانة منظمة في جولة واحدة (Rey-Merchán et al., 2021, 9). ويُعد أحد بدائل منهجية دلفي للحصول على آراء الخبراء عندما يكون الوقت محدودًا، أو عند تطبيق الأسلوب لغرضٍ آخر غير الوصول إلى اتفاق الخبراء (Hallowell & Gambatese, 2010, 101).

واستخدم ري ميرشان (Rey-Merchán et al., 2021) في دراسته أسلوب المجموعات الثابتة حيث صمم نظام لسياج افتراضي يمنع الحوادث المهنية في قطاع البناء، وبعد الانتهاء من تصميمه اتبع الباحث أسلوب المجموعات الثابتة باستخدام الاستبانة لتقييم خصائص النظام.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

وفي دراسة عباسي وآخرون (Abbasi et al., 2023) تم وضع إطار لتحديد وترتيب مؤشرات الاستدامة الرئيسة حيث وضعت قائمة أولية بالمؤشرات ثم تصنيفها، ثم اتبع الباحثون أسلوب المجموعات الثابتة باستخدام الاستبانة لاستطلاع آراء الخبراء حول التحقق من صحة المؤشرات، واقتراح ما إذا كان هناك حاجة لأي تعديلات لتعزيز وضوح المؤشرات وفعاليتها.

ويتضح من تعريف هذا الأسلوب والدراسات التي اتبعته إمكانية استخدامه في تقييم الخبراء لموضوع ما بدلًا من استخدام أسلوب دلفي، وبناءً على ذلك أُختير هذا الأسلوب لتقييم التصور المقترح في صورته المبدئية والمشاركة في إعداد الصورة النهائية.

مجتمع البحث وعينته

تكوّن مجتمع البحث من خبراء مناهج الرياضيات، وحُددت معايير اختيارهم ووصفهم بالخبراء بما يتسق مع المعايير التي أوردتها بعض الدراسات السابقة (Avella, 2016; Hallowell and Gambatese, 2010; Keeney et al, 2011)، وهذه المعايير هي: أن يكون الخبير حاصلًا على درجة الدكتوراه في المناهج وطرق تدريس الرياضيات، وألا تقل سنوات خبرته عن 5 سنوات، وأن يكون على دراية بمناهج الرياضيات المطبقة حاليًا. وتكونت العينة المختارة قصديًا من (6) خبراء، جميعهم أكاديميين برتبة أستاذ، وتجاوزت سنوات خبرتهم العشر سنوات.

أداة البحث

تمثلت أداة البحث في استبانة قُدّمت لخبراء مناهج الرياضيات لتقييم الصورة المبدئية للتصور المقترح لتطوير المنهج والمشاركة في إعداد الصورة النهائية. حيث هدفت الاستبانة إلى استطلاع آراء خبراء مناهج الرياضيات حول تقييم الصورة المبدئية للتصور المقترح لتطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية، والمشاركة في إعداد الصورة النهائية للتصور المقترح. وتضمنت الاستبانة (20) بندًا لتقييم مكونات التصور

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

المقترح، ووضع أمام كل بند ثلاثة خيارات (موافق، موافق إلى حد ما، غير موافق) لتحديد درجة موافقة الخبير على البند، مع إمكانية التعديل أو الإضافة على المكونات.

وبما أن أسلوب المجموعات الثابتة يشبه أسلوب دلفي ويُعدُّ أحد بدائله، ونظرًا لمرونة تطبيق وإجراءات أسلوب دلفي، وحيث إنَّه لا يوجد اتفاق حول الطريقة التي ينبغي تطبيقها لحساب الصدق والثبات (Keeney et al, 2011, 98-104)؛ فإنَّه لا يمكن حسابها بسهولة في استبانة أسلوب دلفي (Fish & Busby, 2005, 250)؛ لذا فقد تم إرسال الاستبانة إلى الخبراء بعد إعدادها مباشرةً.

بعد ذلك حُللت نتائج الاستبانة، حيث حُدد التقدير المناسب للحكم على مكونات التصور المقترح ومدى الحاجة إلى تعديلها كما يلي:

أُعطيت الدرجة (1) للاستجابة (غير موافق)، والدرجة (2) للاستجابة (موافق إلى حد ما)، والدرجة (3) للاستجابة (موافق).

المدى = أعلى درجة – أقل درجة = 3–1 = 2

عدد الفئات = 3

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{2}{3} \approx 0.67$$

وبناءً على طول الفئة صُنفت المتوسطات الحسابية لاستجابات الخبراء، كما في الجدول الآتي:

جدول (1): مستويات التقدير ومدى المتوسطات الحسابية لاستجابات الخبراء

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

المتوسط الحسابي	التقدير
1.00 – أقل من 1.67	غير موافق
1.67 – أقل من 2.34	موافق إلى حد ما
2.34 – 3.00	موافق

وحُدد مدى الحاجة إلى تعديل مكونات التصور المقترح بناءً على تقديرات الخبراء، فعند حصول البند على تقدير موافق، فهذا يعني أن المكون لا يحتاج إلى تعديل، مع إمكانية الأخذ بآراء الخبراء التي تُسهم في تجويده. وعند حصول البند على تقدير موافق إلى حد ما، فهذا يعني أن المكون يحتاج إلى تعديل بالاستناد إلى آراء الخبراء. وعند حصول البند على تقدير غير موافق، فهذا يعني أن المكون يحتاج إلى تعديل بالاستناد إلى آراء الخبراء، والاطلاع على المزيد من المصادر.

وخلصت نتائج الاستبانة إلى وضع الصورة النهائية للتصور المقترح لتطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية.

الأساليب الإحصائية

اُستخدمت التكرارات والمتوسطات الحسابية؛ لتقدير استجابات الخبراء حول الحكم على التصور المقترح لتطوير منهج الرياضيات البصرية في ضوء توظيف الرياضيات البصرية.

نتائج البحث

فيما يلي عرض لنتائج البحث المتمثلة في الإجابة عن سؤال البحث والذي نصه: ما التصور المقترح لتطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في توظيف الرياضيات البصرية؟

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

أُعد التصور المقترح لتطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في توظيف الرياضيات البصرية في صورته النهائية وفقًا للخطوات الآتية:

1. تحديد منطلقات التصور المقترح.
2. تحديد أهداف التصور المقترح.
3. تحديد مصادر إعداد التصور المقترح.
4. تحديد محتوى التصور المقترح، ويتضمن التعريف بالرياضيات البصرية، وأسس تطوير المنهج وإجراءاته في ضوء توظيف الرياضيات البصرية، وإجراءات تطوير دليل المعلم؛ لدعم ممارساته التدريسية.
5. تحديد متطلبات تنفيذ التصور المقترح.
6. تحديد المعوقات التي قد تحول دون تنفيذ التصور المقترح، واقتراح سُبلِ التغلب عليها.
7. إعداد التصور المقترح في صورته المبدئية.
8. استطلاع آراء خبراء مناهج الرياضيات حول التصور المقترح في صورته المبدئية، والمشاركة في إعداد التصور المقترح في صورته النهائية.

عرض نتائج الاستبانة ومناقشتها وتفسيرها

فيما يلي عرض نتائج الاستبانة المُعدّة لتقييم مكونات التصور المقترح في صورته المبدئية، حيث حُسبت التكرارات والمتوسطات الحسابية لاستجابة خبراء مناهج الرياضيات، ثم مناقشتها وتفسيرها، يليها عرض التصور المقترح في صورته النهائية:

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

يوضح الجدول (2) استجابة خبراء مناهج الرياضيات حول تقييم مكونات التصور المقترح في صورته المبدئية:

جدول (2): التكرارات والمتوسطات الحسابية لاستجابة خبراء مناهج الرياضيات حول تقييم مكونات التصور المقترح في صورته المبدئية

م	بنود التقييم	درجة الموافقة على البند			المتوسط الحسابي	التقدير
		موافق	موافق إلى حد ما	غير موافق		
1	منطلقات التصور المقترح واضحة.	4	2	0	2.67	موافق
2	منطلقات التصور المقترح تُبرز القيمة العلمية للتصور.	6	0	0	3	موافق
3	منطلقات التصور المقترح كافية لارتكاز التصور عليها.	4	2	0	2.67	موافق
4	أهداف التصور المقترح محددة.	4	1	1	2.50	موافق
5	مصادر إعداد التصور المقترح متنوعة.	6	0	0	3	موافق
6	مصادر إعداد التصور المقترح كافية.	4	2	0	2.67	موافق
7	وصف محتوى التصور المقترح يتناسب مع مضمونه.	5	1	0	2.83	موافق
8	تعريف الرياضيات البصرية يوضح المعنى المقصود.	5	1	0	2.83	موافق
9	تعريف الرياضيات البصرية يتصف بالإجرائية.	6	0	0	3	موافق
10	تعريف الرياضيات البصرية يُبرز أهمية توظيفها في المنهج.	5	0	1	2.67	موافق

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

م	بنود التقييم	درجة الموافقة على البند			المتوسط الحسابي	التقدير
		موافق	موافق إلى حد ما	غير موافق		
11	أسس تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية مناسبة.	5	1	0	2.83	موافق
12	أسس تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية تتصف بالشمولية.	6	0	0	3	موافق
13	إجراءات تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية قابلة للتطبيق.	4	2	0	2.67	موافق
14	إجراءات تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية كافية.	4	2	0	2.67	موافق
15	إجراءات تطوير دليل المعلم قابلة للتطبيق.	5	1	0	2.83	موافق
16	إجراءات تطوير دليل المعلم كافية.	3	3	0	2.50	موافق
17	متطلبات تنفيذ التصور المقترح يمكن تلبيتها.	5	1	0	2.83	موافق
18	المعوقات المضمنة في التصور المقترح قد تحول دون تنفيذه.	3	2	1	2.33	موافق إلى حد ما
19	السبل المقترحة للتغلب على المعوقات تساعد في معالجتها.	4	2	0	2.67	موافق
20	السبل المقترحة للتغلب على المعوقات كافية.	3	3	0	2.50	موافق
	جميع البنود				2.73	موافق

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

يتضح من الجدول (2) أن المتوسط الحسابي لجميع البنود بلغ (2.73)، وبتقدير موافق. وتراوحت المتوسطات الحسابية للبنود ما بين (2.33 – 3)، وبتقدير تراوح ما بين موافق إلى حد ما وموافق؛ مما يدل على مناسبة التصور المقترح والاكتفاء بمقترحات الخبراء لتحسينه، حيث لم تقتصر استجابة الخبراء على تقييم مكونات التصور المقترح بل قدموا العديد من المقترحات، منها ما يلي:

- قدّم الخبراء مقترحات حول توضيح العلاقة بين النظريات الواردة في المنطلقات والرياضيات البصرية، وتوثيق الدراسات السابقة، وتوثيق بعض المنطلقات؛ وربما يعود ذلك إلى أن ربط المنطلقات بالنظريات والدراسات وتوضيحها يُبرز أهمية الرياضيات البصرية.
- اقترح أحد الخبراء إعادة صياغة التعريف ليتضح المقصود بالرياضيات البصرية؛ وربما يعود ذلك إلى أهمية عدم حدوث لبس بين المعنى المقصود بالرياضيات البصرية في هذا البحث وبين معاني الرياضيات البصرية المتعددة. واقترح خبيرين فصل الأهمية عن التعريف، وتوثيق مصادر الأهمية.
- أشار أحد الخبراء إلى أنَّه لم يرد ذكر التقنية وتطبيقاتها، وتساءلت إحدى الخبيرات حول إمكانية إضافة بعض المواقع الإلكترونية ذات الصلة بالرياضيات البصرية، التي يمكن للمعلم الاستفادة منها. وهذا يتسق مع ما أوصت به دراسة النعيمي (2016، 58) بتعريف معلمي الرياضيات بالمواقع الإلكترونية لأهم برامج الرياضيات التعليمية. واقترح أحد الخبراء ربط توظيف الرياضيات البصرية ببنية الدرس في دليل المعلم، وما تضمنته خطوة التدريس من فقرات؛ مثل: أسئلة البناء، إرشادات للمعلم الجديد، التقويم التكويني. والفقرات الأخرى ذات الصلة بالوحدة؛ مثل: مهارة الدراسة،

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

المطويات، دروس الاستكشاف والتوسع؛ ولعل ذلك يؤكد الحاجة إلى وجود دليل متكامل يسترشد به المعلم عند توظيف الرياضيات البصرية.

- رأى بعض الخبراء أن المعوقات غير كافية، وجميعها مرتبطة بالمعلم، واقترحوا إضافة المعوقات ذات الصلة بالطلاب والإدارة المدرسية والبيئة الصفية وغيرها، وعلى وجه التحديد أشار خبيرين إلى عدم توفر اليدويات في بعض المدارس، وهذا يتفق مع نتيجة دراسة الحربي (2017). وذكرت إحدى الخبيرات الحاجة إلى برامج تدريبية للمعلمين على الأدوات التقنية، وهذا يتفق مع نتائج دراستي الخزيم (2018) والملاء والسعدون (2020).

وبعد استطلاع آراء الخبراء حول التصور المقترح في صورته المبدئية، والاستفادة من آرائهم ومقترحاتهم، أُعدّ التصور المقترح في صورته النهائية.

التصور المقترح في صورته النهائية

أولًا: منطلقات التصور المقترح

يرتكز التصور المقترح على ما يلي:

- أهمية توظيف الرياضيات البصرية في تصوير المعرفة الرياضية، ودورها في تحسين تعليم الرياضيات وتعلمها.
- تطبيق بعض نظريات التعلم التي ينسجم معها توظيف الرياضيات البصرية، منها: النظرية الثقافية الاجتماعية التي تندرج ضمنها السّقالات التعليمية (شونك، 2016/ 2020، 533)، مثل توظيف الأدوات البصرية في تعلم الرياضيات بوصفها أدوات مساعدة للطلاب للوصول إلى منطقة النمو الوشيك وتجسيد مفاهيم

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

الرياضيات المجردة (Smith & Cekiso, 2020, 2). والنظرية المعرفية للتعلم بالوسائط المتعددة التي أشارت إلى أهمية استخدام الوسائط المتعددة؛ مثل: النصوص، والرسوم التوضيحية والبيانية، والصور؛ لتعزيز عملية التعلم (Mayer, 2014, 385).

- تطبيق مبدأ الأدوات والتقنية بوصفه أحد المبادئ الأساسية لبرامج الرياضيات المدرسية الفعالة التي حددها المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2014)، ويهدف إلى دمج الأدوات والتقنية في تعليم الرياضيات وتعلمها.
- تعزيز ممارسة استخدام التمثيلات الرياضية والربط بينها بوصفها إحدى ممارسات تدريس الرياضيات الفعّال التي حددها المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2014).
- مواكبة التوجهات المعاصرة للمناهج، منها: التوجه نحو تنمية الثقافة البصرية، وتعزيز التعلم البصري (إسماعيل ومصطفى،2019، 57).
- قصور في بعض الجوانب ذات الصلة بتوظيف الرياضيات البصرية في منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط، وفي الممارسات التدريسية لمعلمي ومعلمات الرياضيات للمرحلة المتوسطة، وقد دل على ذلك نتائج بعض الدراسات السابقة التي أُجريت في المملكة العربية السعودية؛ منها: ياسين (2010)، والغامدي (2018)، والعمري والحارثي (2020)، والغامدي والجعفري (2020)، والدبيان (2021)، والسبيعي والمزيني (2022).

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

ثانيًا: أهداف التصور المقترح

هدف التصور المقترح إلى تقديم إطار إرشادي لتطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية، وذلك على النحو الآتي:

- تحديد أسس تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية.
- تحديد إجراءات تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية.
- تحديد إجراءات تطوير دليل المعلم؛ لدعم ممارساته التدريسية في ضوء توظيف الرياضيات البصرية.

ثالثًا: مصادر إعداد التصور المقترح

تحدّدت مصادر إعداد التصور المقترح فيما يلي:

- قائمة متطلبات توظيف الرياضيات البصرية في منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط، التي أعدّها الباحثيَن بعد مراجعة الأدبيات ذات الصلة بالرياضيات البصرية، وبعض الدراسات السابقة ذات الصلة بتطوير المنهج، وهي: دراسة (منسي، 2013) ودراسة (الخلف، 2018) ودراسة (الشمري، 2019). واستطلاعا آراء (3) من خبراء الرياضيات البصرية حول مناسبتها.
- الأدبيات ذات الصلة بالرياضيات البصرية وتطوير المناهج.
- نتائج الدراسات السابقة التي أجريت في المملكة العربية السعودية، وكشفت عن واقع توظيف الرياضيات البصرية في منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط؛ منها دراسة

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

ياسين (2010)، والغامدي (2018)، والدبيان (2021)، والسبيعي والمزيني (2022)؛ وذلك بتحديد جوانب القوة في توظيف الرياضيات البصرية وجوانب القصور، ومراعاة هذه الجوانب عند إعداد التصور المقترح.

- الآراء والمقترحات التي قدّمها خبراء مناهج الرياضيات.

رابعًا: محتوى التصور المقترح

محتوى التصور المقترح هو إطار إرشادي لتطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية، ويتضمن الإطار ما يلي:

أ- نبذة عن الرياضيات البصرية، تتضمن التعريف بالرياضيات البصرية، وبيان أهميتها.

ب- أسس تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية.

ج- إجراءات تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية.

د- إجراءات تطوير دليل المعلم؛ لدعم ممارساته التدريسية في ضوء توظيف الرياضيات البصرية.

وفيما يلي تفصيل ذلك:

أ- نبذة عن الرياضيات البصرية

- **التعريف بالرياضيات البصرية**: تُعرّف الرياضيات البصرية بأنَّها: تصوير المفاهيم والقواعد والعلاقات الرياضية، مثل: استخدام القطع الجبرية الافتراضية لتصوير قانون توزيع الضرب على الجمع (Karadag & McDougall, 2009, 1631).

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

وتُعرّف إجرائيًا في سياق هذا التصور بأنَّها: عملية تصوير المعرفة الرياضية المضمّنة في منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط باستخدام التمثيلات الملموسة (مثل: مكعبات الأساس عشرة وقطع العد)، والتمثيلات التصويرية (مثل: الصور والرسوم)، والإيماءات التمثيلية (مثل: استخدام اليدين لتشكيل المثلث)، إضافةً إلى التمثيلات التقنية لكلٍ من التمثيلات الملموسة والتصويرية.

- **أهمية الرياضيات البصرية**: تُسهم الرياضيات البصرية في استيعاب المفاهيم والإجراءات الرياضية، وتنمية مهارات حل المسائل، والتعبير عن الأفكار الرياضية لتعزيز التواصل مع الآخرين (Sammons, 2018, 186-187)، والقدرة على الربط بين الأفكار الرياضية وبين الرياضيات ومجالات التعلم الأخرى وبين الرياضيات والحياة (Murphy, 2020,2-3). ولا يقتصر دور الرياضيات البصرية على تحسين الجوانب المعرفية والمهارية فقط؛ وإنما يشمل الجوانب الوجدانية حيث تجعل الدرس أكثر إثارةً للاهتمام (Embong et al., 2019, 100)، وتزيد من متعة التعلم (Celik, 2018, 174)، وتعزز الدافعية نحو تعلم الرياضيات (Pahrudin et al., 2020, 54). ويمكن توظيف الرياضيات البصرية في جميع المراحل التعليمية بما في ذلك المرحلة المتوسطة، فالرياضيات البصرية ليست استهلالًا للبدء في تعلم الرياضيات؛ بل يمكن توظيفها في أيّ مرحلةً تعليمية لتمثيل الأفكار الرياضية، والربط بينها وبين التمثيلات المجردة (Boaler et al., 2016, 4-5).

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

ب- أسس تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية:

- **الأساس العقدي:** تُعزز مناهج التعليم في المملكة العربية السعودية العقيدة الإسلامية في نفوس الطلاب، وقد أكّد الإسلام على أهمية استثمار الإنسان لحاسة البصر في الاستدلال على قدرة الله سبحانه وتعالى. وتضمّن القرآن الكريم والسنة النبوية التصوير البصري من أجل توضيح المعنى المراد في الآية أو الحديث وتقريب الفهم. لذا ينبغي عند تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية التأكيد على أهمية تفعيل حاسة البصر بوصفها إحدى المداخل الحسية المؤدية إلى الفهم والمعرفة، ويمكن تحقيق ذلك من خلال ما يلي:
  - تدريب الطلاب أثناء أداء المهام الرياضية على تفعيل حاسة البصر إلى جانب التفكير؛ لتنمية قدرتهم على الاستدلال.
  - تدريب الطلاب على الربط بين المشاهد البصرية والأفكار الرياضية المجردة؛ لتنمية قدرتهم على الفهم وتكوين المعنى.
- **الأساس النفسي:** يهدف المنهج إلى إحداث النمو الشامل والمتكامل للطلاب بما في ذلك النمو النفسي، لذا ينبغي عند تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية مراعاة خصائص مراحل نمو طلاب المرحلة المتوسطة وحاجاتهم؛ مثل: خاصية نمو التفكير المجرد، وخاصية زيادة القدرة على الانتباه والتذكر، والحاجة إلى الإنجاز والإبداع، والحاجة إلى الاستقلال (الإدارة العامة للتوجيه والإرشاد، 2017). ويمكن تحقيق ذلك من خلال ما يلي:

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

- تنظيم محتوى المنهج بطريقة تساعد على الربط بين أدوات الرياضيات البصرية والأفكار المجردة؛ من أجل تنمية التفكير المجرد لدى الطلاب.
- تضمين المنهج أنشطة تشجع الطلاب على استخدام أدوات الرياضيات البصرية غير المألوفة أو الأدوات المتعددة عند أداء النشاط؛ بما يساعد على تنمية التفكير الإبداعي.
- تضمين المنهج أنشطة تتيح للطلاب فرصة اختيار أدوات الرياضيات البصرية عند أداء النشاط بما يتوافق مع ميولهم وقدراتهم، ويعزز لديهم الاستقلالية والقدرة على اتخاذ القرار.
- تنويع أدوات الرياضيات البصرية المضمنة في المقرر؛ لجذب انتباه الطلاب.
- تضمين المنهج أدوات الرياضيات البصرية التي تتصف بالدقة؛ بما يساعد الطلاب على الربط بينها وبين الأفكار المجردة، ويُسّهل تذكرها.

– **الأساس الاجتماعي**: يُمثّل المنهج أحد وسائل المجتمع لتنمية معارف الطلاب ومهاراتهم وقيمهم التي تؤهلهم للارتقاء بمجتمعهم؛ لذا ينبغي عند تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية مراعاة حاجات المجتمع وتطلعاته، ويمكن تحقيق ذلك من خلال ما يلي:

- تضمين المنهج أنشطة تعاونية تتيح للطلاب استخدام الرياضيات البصرية، وتُعزز لديهم التعاون مع الآخرين.
- تضمين المنهج أنشطة تتيح للطلاب التعبير عن أفكارهم الرياضية بواسطة استخدام الرياضيات البصرية، وتنمي مهاراتهم في التواصل مع الآخرين.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

- تضمين المنهج صور ورسوم ترتبط بأنشطة الرياضيات البصرية، وتعكس التنمية التي تشهدها المملكة العربية السعودية، وتُعزز الانتماء الوطني لدى الطلاب.
- تضمين المنهج أنشطة حياتية تتطلب توظيف المنهج لأدوات الرياضيات البصرية الموجودة في البيئة المحلية؛ لتتيح للطلاب فرصة التفاعل مع بيئتهم. وتضمينه مسائل حياتية ذات سياق مهني تتطلب من الطلاب استخدام الرياضيات البصرية، وتنمي لديهم مهارات العمل.

– **الأساس المعرفي**: يُسهم المنهج في تزويد الطلاب بالبنية المعرفية ذات الصلة بالمادة الدراسية، لذا ينبغي عند تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية مراعاة طبيعة المعرفة الرياضية ومصادرها، ويمكن تحقيق ذلك من خلال ما يلي:

- توظيف الرياضيات البصرية في جميع فروع المحتوى الرياضي المضمنة في المنهج.
- توظيف الرياضيات البصرية في تصوير المعرفة الرياضية المجردة المضمنة في المنهج؛ ليتمكن الطلاب من فهمها.
- تضمين المنهج أدوات الرياضيات البصرية المستمدة من الحضارات السابقة؛ ليتمكن الطلاب من إدراك أن الرياضيات علم تراكمي.
- تنمية مهارات التفكير الاستدلالي للطلاب بواسطة الرياضيات البصرية، بوصفه أحد مصادر المعرفة (التميمي، 2016، 18).

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

ج- إجراءات تطوير منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط في ضوء توظيف الرياضيات البصرية:

1. **صياغة معايير الأداء:** ينبغي أن تشير معايير الأداء التي يستند إليها منهج الرياضيات للصف الأول المتوسط إلى توظيف الرياضيات البصرية في جميع فروع المحتوى الرياضي، ولا يعني هذا أن تظهر في المعيار كنصٍ صريح، ولكن يمكن تضمينها في وثيقة المعايير عند توضيح المعايير ذات الصلة بالتمثيلات الرياضية بواسطة تقديم مجموعة من الأمثلة حول توظيف الرياضيات البصرية في المحتوى الرياضي، ويعرض الجدول (3) بعض الأمثلة على ذلك:

جدول (3): أمثلة حول توظيف الرياضيات البصرية في المحتوى الرياضي

فروع المحتوى الرياضي	مثال
الأعداد والعمليات عليها	وصف الأعداد الصحيحة وتمثيلها باستخدام الرياضيات البصرية.
الجبر	حل المعادلات الخطية باستخدام الرياضيات البصرية.
القياس	استنتاج مجموع زوايا المثلث باستخدام الرياضيات البصرية.
الهندسة	استنتاج صيغة مساحة الدائرة باستخدام الرياضيات البصرية.
تحليل البيانات والاحتمالات	تمييز الحادثة المتممة باستخدام الرياضيات البصرية.

بالإضافة إلى ذلك، تشير معايير الأداء إلى توظيف الرياضيات البصرية أثناء ممارسة العمليات الرياضية، ففي وثيقة المعايير يمكن عند توضيح المعايير ذات الصلة بالتمثيلات الرياضية تقديم مجموعة من الأمثلة حول توظيف الرياضيات البصرية أثناء ممارسة العمليات الرياضية، ويعرض الجدول (4) بعض الأمثلة على ذلك:

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

جدول (4): أمثلة حول توظيف الرياضيات البصرية أثناء ممارسة العمليات الرياضية.

العمليات الرياضية	مثال
حل المسائل الرياضية	– توضيح المسألة الرياضية بواسطة ترجمتها باستخدام الرياضيات البصرية. – التخطيط لحل المسألة الرياضية وحلها بتطبيق استراتيجيات الحل البصرية. – التحقق من معقولية حل المسألة الرياضية باستخدام الرياضيات البصرية.
الاستدلال الرياضي	– التحقق من صحة التخمينات الرياضية باستخدام الرياضيات البصرية. – بناء الحجج الرياضية باستخدام الرياضيات البصرية. – تبرير نتائج وخطوات حل المسائل باستخدام الرياضيات البصرية.
الترابط الرياضي	– استكشاف العلاقات بين الأفكار الرياضية باستخدام الرياضيات البصرية. – تمثيل المواقف الحياتية باستخدام الرياضيات البصرية. – تمثيل الرياضيات باستخدام أدوات الرياضيات البصرية الموجودة في الحياة. – الربط بين أدوات الرياضيات البصرية المتعددة، وبينها وبين التمثيلات الرياضية الأخرى.
التواصل والتمثيل الرياضي	– إيصال الأفكار الرياضية للآخرين باستخدام الرياضيات البصرية. – الترجمة بين أدوات الرياضيات البصرية المتعددة، وبينها وبين التمثيلات الرياضية الأخرى.

وفي كتاب الرياضيات للصف الأول المتوسط يمكن إعادة صياغة أفكار الدروس المضمنة في كتاب الطالب بالإشارة إلى توظيف الرياضيات البصرية، كذلك إعادة صياغة أهداف الدروس المضمنة في دليل المعلم.

2. **اختيار أدوات الرياضيات البصرية وتنظيمها في المحتوى**: يُراعى عند اختيار أدوات الرياضيات البصرية مواصفات اختيار التمثيلات التي أشار إليها المجلس الوطني للبحوث (NRC, 2001, 99-100)، وهي:

– الشفافية: تتصف الأداة بالشفافية عندما يكون من السهل رؤية الأفكار الرياضية بواسطتها، فمثلًا يمكن فهم التمثيل العشري للأعداد الكلية بواسطة

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

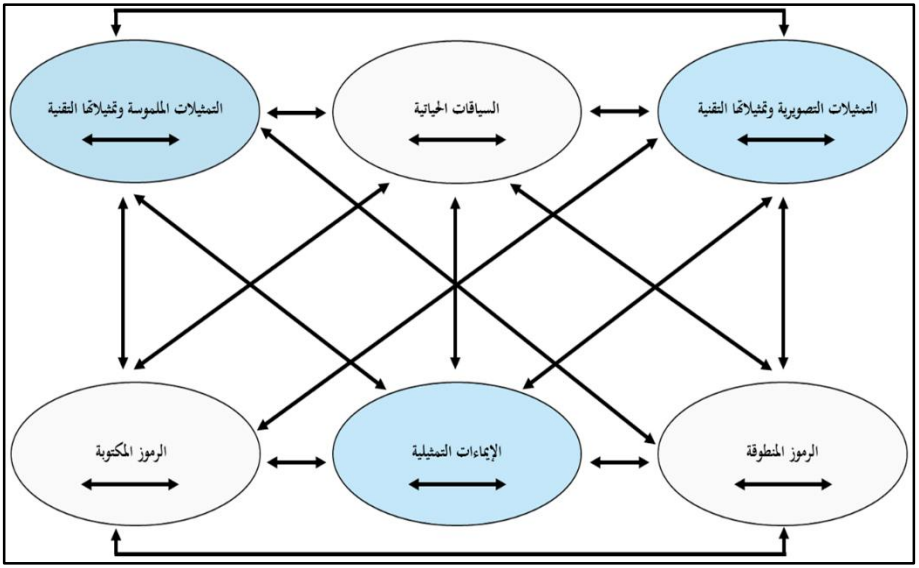
مكعبات الأساس عشرة أكثر من فهمها بواسطة خط الأعداد، وفي هذه الحالة تكون مكعبات الأساس عشرة أكثر شفافية من خط الأعداد.

- الكفاءة: يعني معيار الكفاءة تحقيق الأداة للاستخدام والتواصل الفعال، فمثلًا عند مقارنة عدد موجب بعدد سالب يكون خط الأعداد أكثر كفاءة من قطع العد الملونة.
- العمومية: يشير معيار العمومية إلى إمكانية تطبيق الأداة على فئات متعددة، فمثلًا يمكن تطبيق خط الأعداد لتمثيل الأعداد الكلية والصحيحة والنسبية والحقيقية.
- الوضوح: تتصف الأداة بالوضوح عندما تكون لا لبس فيها وسهلة الاستخدام، فمثلًا يشير بوسي وآخرون (Bossé et al., 2016, 15) إلى أنَّه لتمثيل عملية جمع عددين صحيحين مختلفي الإشارة، تُدمج قطع العد الملونة التي تُمثِّل العدد الموجب مع قطع العد التي تُمثِّل العدد السالب، وقد يحدث لبس لدى بعض الطلاب ويقومون بحساب مجموع قطع العد، بدلًا من الجمع بين الأزواج الصفرية واستبعادها والتعرف على المجموع.
- الدقة: تعني الدقة قرب الأداة من تمثيل القيمة الدقيقة، فمثلًا يمكن تمثيل الكسور بواسطة نماذج الكسور بصورة أدق من تمثيلها على خط الأعداد.

بالإضافة إلى ذلك، ينبغي مراعاة الإخراج الفني الملائم لأدوات الرياضيات البصرية المضمنة في المحتوى، مثل الرسوم والصور من حيث الوضوح وجودة الألوان، ووضعها في المكان الصحيح.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

وينبغي أن يتضمن محتوى المنهج المطور التعريف بأدوات الرياضيات البصرية. وأن يُنظم المحتوى وفقًا لنموذج ليش (Lesh's Model) للتمثيلات المتعددة، بعد إضافة الإيماءات التمثيلية والتمثيلات التقنية للتمثيلات الملموسة والتصويرية (شكل (2)).



شكل (2): نموذج موسع لنموذج ليش لتعزيز توظيف الرياضيات البصرية (من إعداد الباحثَين)

يوضح شكل (2) نموذج موسع لنموذج ليش لتعزيز توظيف الرياضيات البصرية بأدواتها المتعددة (التمثيلات التصويرية وتمثيلاتها التقنية، التمثيلات الملموسة وتمثيلاتها التقنية، الإيماءات التمثيلية)، وربطها مع التمثيلات الأخرى المضمنة في المنهج (السياقات الحياتية، الرموز المنطوقة، الرموز المكتوبة). وينبغي أن يكون هذا التوظيف في جميع عناصر المعرفة الرياضية: المفاهيم والتعميمات والمهارات والمسائل الرياضية. وفي كتاب الطالب ينبغي أن يكون هذا التوظيف في الفقرات المضمنة في الفصول؛ مثل: فقرة الربط مع الحياة الواردة في الصفحة الاستهلالية، التهيئة، دروس حل المسألة. بالإضافة إلى توظيفها في الفقرات المضمنة في

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

الدروس؛ مثل: إرشادات للدراسة، استعد، الأمثلة، أسئلة تحقق من فهمك وتأكد وتدرب وحل المسائل ومسائل مهارات التفكير العليا.

3. **تحديد الاستراتيجيات التدريسية**: ينبغي أن يستند تدريس المنهج المطور إلى عدة استراتيجيات تدعم توظيف الرياضيات البصرية بصورة فردية أو مجموعات تعاونية، وتعتمد على تفعيل دور الطلاب أو الطلاب والمعلم معًا، وتُشّجع الطلاب على شرح تفكيرهم واكتشاف المعرفة الرياضية بأنفسهم، ومن هذه الاستراتيجيات: التعلم التعاوني، تدوين الملاحظات، المناقشة، طرح الأسئلة، الاكتشاف.
4. **تحديد الأنشطة التعليمية**: ينبغي أن يتضمّن المنهج المطور مجموعة من الأنشطة التعليمية التي تُوظِّف الرياضيات البصرية، وتكون مرتبطة بجميع عناصر المعرفة الرياضية، ومتنوعة وفقًا للمستوى التحصيلي للطلاب، ومتنوعة من حيث ممارستها فرديًا أو جماعيًا، داخل الصف أو خارجه. ويُراعى أن تَربِط الأنشطة بين المتعة والتعلم، وتُسهم في توضيح العلاقة بين الرياضيات وتطبيقاتها الحياتية، وتُنمّي قدرة الطلاب على إنتاج أدوات الرياضيات البصرية، ومن هذه الأنشطة: أنشطة تعلم الرياضيات الواقعية، الألعاب التعليمية، المشروعات.
5. **تحديد الأدوات والتقنية**: يُراعى عند تطوير المنهج دمج أدوات الرياضيات البصرية المادية والتقنية في المنهج، بحيث تكون متنوعة منها ما هو مُصنّع تجاريًا، مثل: قطع العد الملونة ومكعبات الأساس عشرة، أو من صنع المعلم أو الطلاب أو المعلم والطلاب معًا، مثل: الرسوم التي يُنشئها الطلاب وبطاقات الجبر التي يصنعها المعلم من الورق المقوى، أو موجودة في البيئة المحلية، مثل: العلب والأكواب،

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

بالإضافة إلى الأدوات المستمدة من تاريخ الرياضيات، مثل: قضبان العد الصينية. بالإضافة إلى توظيف التقنية، مثل: اليدويات الافتراضية والبرامج التفاعلية. وينبغي توفير موقع مناسب في الصف أو المدرسة لتخزين الأدوات والأجهزة التقنية.

6. **تحديد أدوات التقويم**: يُراعى عند تطوير المنهج اختيار مجموعة متنوعة من أدوات التقويم التي تدعم توظيف الرياضيات البصرية في التقويم القبلي والتكويني والختامي، وتُسهم في الحصول على بيانات كمية ونوعية تعبّر عن مستوى الطلاب، وتقيس مهاراتهم العقلية والأدائية، وتشجعهم على استخدام الرياضيات البصرية لشرح تفكيرهم؛ ومن هذه الأدوات: الاختبارات التحريرية، المقابلات القائمة على المهام، الملاحظة، سلالم التقدير، المطويات.

د- إجراءات تطوير دليل المعلم؛ لدعم ممارساته التدريسية في ضوء توظيف الرياضيات البصرية

- تضمين الدليل نبذة عن الرياضيات البصرية، تشمل التعريف بها، وإظهار أهمية توظيفها في المرحلة المتوسطة، وتحديد المهارات التي يُتوقع أن يكتسبها الطلاب نتيجة توظيفها، وعرض أدواتها، وتقديم مجموعة من الإرشادات العامة للمعلم حول توظيفها في الاستراتيجيات التدريسية والأنشطة التعليمية والأدوات والتقنية والتقويم.

- إعادة صياغة أهداف الدروس المضمنة في مخطط الفصل في ضوء توظيف الرياضيات البصرية، وإدراج أدوات الرياضيات البصرية ضمن فقرة المواد اللازمة في الفصل.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

- توظيف الرياضيات البصرية في الفقرات المضمنة في الفصول؛ مثل: مهارة الدراسة، المطويات، المواد اللازمة للفصل، أنشطة تنويع التعليم الواردة قبل الدرس، دروس الاستكشاف والتوسع.
- توظيف الرياضيات البصرية في الفقرات المضمنة في الدروس؛ مثل: أسئلة البناء، إرشادات للمعلم الجديد، التقويم التكويني، المحتوى الرياضي، أنشطة تنويع التعليم الواردة في الدرس.
- تقديم إرشادات في الدروس حول توظيف الرياضيات البصرية؛ مثل: ذكر الأسباب التي تجعل بعض الأدوات أكثر فاعلية من غيرها في موقف معين، واقتراح أدوات الرياضيات البصرية البديلة التي يمكن توظيفها إذا لم تناسب الطلاب الأداة المضمنة في كتاب الطالب، وتوجيه المعلم نحو كيفية صنع بعض أدوات الرياضيات البصرية بنفسه، أو بالتعاون مع طلابه.
- تضمين الدليل بعض المراجع العلمية والمواقع الإلكترونية ذات الصلة بالرياضيات البصرية، التي يمكن للمعلم الاستفادة منها.

خامسًا: متطلبات تنفيذ التصور المقترح:

يتطلب تنفيذ التصور المقترح مجموعة من الإجراءات، هي:

- عرض المنهج المطور على الخبراء المختصين في تعليم الرياضيات؛ لاستطلاع آرائهم حول المنهج قبل تنفيذه.
- تنظيم برامج التنمية المهنية المستمرة للمعلمين والمعلمات التي تستهدف التعريف بالرياضيات البصرية، وما تتطلبه من ممارسات تدريسية.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

- توفير دليل المعلم لكل معلم بنسخة ورقية ونسخة إلكترونية.
- تشجيع المعلمين على نشر ممارساتهم التدريسية الناجحة في توظيف الرياضيات البصرية.
- تخصيص معامل للرياضيات في كل مدرسة وتجهيزها بالأدوات والتقنية.
- متابعة تنفيذ المنهج المطور وتقويمه.

سادسًا: المعوقات التي قد تحول دون تنفيذ التصور المقترح، وسبلِ التغلب عليها:

أظهرت بعض الدراسات السابقة بعض المعوقات التي تُحدّ من توظيف الرياضيات البصرية في مناهج الرياضيات للمرحلة المتوسطة، وقد تحول هذه المعوقات دون تنفيذ هذا التصور؛ لذا أُقترحت بعض السبل للتغلب عليها، وفيما يلي عرض لهذه المعوقات وسبلِ التغلب عليها:

- الحاجة إلى تطوير معلمي ومعلمات الرياضيات مهنيًا على توظيف الأدوات والتقنية (الخزيم، 2018، 74؛ الملاء والسعدون، 2020، 258-259)، ويمكن تلبية احتياجاتهم المهنية بتنظيم برامج التنمية المهنية وإتاحة الفرصة لهم للالتحاق بها.
- اقتناع بعض معلمي الرياضيات بعدم مناسبة أو عدم الحاجة لتوظيف اليدويات في المرحلة المتوسطة، وضعف إدراكهم لأهمية التمثيلات التصويرية للطلاب (العمري والحارثي، 2020)، ويمكن تعديل معتقداتهم غير المنتجة وتوجيه ممارساتهم التدريسية نحو توظيف الرياضيات البصرية وذلك بواسطة برامج التنمية المهنية، وتطوير دليل المعلم، وحثهم على الاطلاع على الدراسات التجريبية التي أثبتت فاعلية

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

توظيف بعض أدوات الرياضيات البصرية في تدريس المرحلة المتوسطة، وإتاحة الفرصة لهم لحضور دروسٍ نموذجية تطبّق فيها الرياضيات البصرية.

- وعي مشرفات الرياضيات للمرحلة المتوسطة متحقق بدرجة متوسطة حول ممارسات المعلمات ذات الصلة بتوظيف الرياضيات البصرية، مثل إتاحة المعلمة الفرصة للطالبات لتمثيل المفاهيم الرياضية بالأشكال والرسومات التوضيحية، وتوظيف المعلمة لبيئة التعلم الغنية بالمحسوسات (العجمي والعتيبي، 2022، 364)، ويمكن رفع مستوى وعيهن بتنظيم برامج التنمية المهنية للتعريف بالرياضيات البصرية، وأهمية توظيفها، وما تتطلبه من ممارسات تدريسية.
- معتقدات الطلاب غير المنتجة، فمثلًا عند توظيف اليدويات قد يشعر الطلاب بأنّهم أكبر سنًا من أن يستخدموها (Moore & Rimbey, 2022, 25). وعندما يحل الطلاب عددًا لا حصر له من المسائل التي يُطلب منهم فيها رسم بياني لدالة أو عمل جدول، فقد يعتقد الطلاب أن هذه التمثيلات هي مجرد حلول للمسائل، وليست أدوات للاستدلال وإيصال الأفكار (Selling, 2016, 191). ويمكن تعديل معتقداتهم بتوضيح الغرض من توظيف أدوات الرياضيات البصرية.
- ضعف توافر التقنية في بعض المدارس وضعف توافرها في كل فصل دراسي (Khormi & woolner, 2019, 32)، وضعف توافر الأدوات حيث يتراوح مستوى توافر اليدويات في المدارس بين منخفض جدًا إلى متوسط، ويرى معلمي ومعلمات الرياضيات للمرحلة المتوسطة أن هناك حاجة إلى معمل للرياضيات في المدرسة (الحربي، 2017، 96-105)، ويمكن التغلب على هذا المعوق بتخصيص معامل للرياضيات في كل مدرسة وتجهيزها بالأدوات والتقنية.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

توصيات البحث

من خلال نتائج البحث يُوصى بما يلي:

- أن تقدم وزارة التعليم برامج تنمية مهنية مستمرة لمعلمي ومعلمات الرياضيات تستهدف التعريف بالرياضيات البصرية، وما تتطلبه من ممارسات تدريسية.
- أن تعمل وزارة التعليم على تخصيص معامل للرياضيات في كل مدرسة وتجهيزها بالأدوات والتقنية.
- أن يعمل مسؤولي مركز تطوير المناهج على معالجة جوانب القصور في توظيف الرياضيات البصرية بالاستفادة من التصور المقترح.
- أن يوضح معلمي الرياضيات الغرض من استخدام الرياضيات البصرية للطلاب ويشجعوهم على استخدامها.

مقترحات البحث

استكمالًا للبحث الحالي يُقترح إجراء بحوث تهدف إلى:

- بناء برنامج مهني حول توظيف الرياضيات البصرية والكشف عن فاعليته في تحسين ممارسة استخدام التمثيلات الرياضية والربط بينها.
- بحث العلاقة بين معتقدات المعلمين حول توظيف الرياضيات البصرية وممارساتهم التدريسية.
- المقارنة بين فاعلية معمل الرياضيات العادي ومعمل الرياضيات الافتراضي في تنمية الرغبة المنتجة لدى الطلاب.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

المراجع

الإدارة العامة للتوجيه والإرشاد. (2017). الدليل الإجرائي لخصائص النمو في المرحلتين المتوسطة والثانوية وتطبيقاتها التربوية. وزارة التعليم.

إسماعيل، حمدان؛ ومصطفى، إيمان. (2019). ثقافة المرئي والتنور البصري: مدخل للتعليم والتعلم في القرن الحادي والعشرين. الدمام: مكتبة المتنبي.

بدوي، رمضان. (2019). استراتيجيات في تعليم وتقويم تعلم الرياضيات. ط2. عمّان: دار الفكر.

البلوي، عايد. (2020). مستوى تضمين استراتيجيات حل المشكلات في كتاب الرياضيات للصف الثاني المتوسط بالمملكة العربية السعودية. مجلة العلوم التربوية، جامعة الأمير سطام بن عبدالعزيز، 5(2)، 55-88.

التميمي، جاسم. (2016). تعليم الرياضيات ومناهجها لمعلم الصف. مركز الكتاب الأكاديمي.

الحربي، موسى. (2017). الوسائل التعليمية المضمنة في كتب الرياضيات بين الواقع والمأمول [رسالة ماجستير غير منشورة]. جامعة أم القرى، مكة المكرمة.

الخزيم، خالد. (2018). الاحتياجات التدريبية لمعلمي ومعلمات الرياضيات بالمرحلتين المتوسطة والثانوية في ضوء متطلبات منهج الرياضيات المطوّر، مجلة العلوم الإنسانية والإدارية، 15(1)، 62-81.

الخلف، نوال. (2018). نموذج مقترح لتطوير منهج التربية المهنية لطالبات المرحلة الثانوية في ضوء متطلبات الاقتصاد المعرفي. [رسالة دكتوراه غير منشورة]، جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية، الرياض.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

الدبيان، عهود. (2021). مستوى تضمين مهارات الثقافة الرقمية في كتاب الرياضيات للصف الأول متوسط في المملكة العربية السعودية، مجلة العلوم التربوية والنفسية، المركز القومي للبحوث بغزة، 5(47)، 76-94.

زين الدين، محمد. (2013). أساليب بناء التصور المقترح في الرسائل العلمية. جامعة أم القرى.

السبيعي، نجلاء؛ والمزيني، تهاني. (2022). مستوى توافر الثقافة الرياضية في مقرر الرياضيات للمرحلة المتوسطة في ضوء إطار (PISA)، رسالة الخليج العربي، 166، 121-142.

الشمري، عبير. (2019). تطوير منهج الفيزياء في ضوء نظرية التعلم المستند إلى الدماغ وفاعليته في تنمية مهارات التفكير المستقبلي والذكاء الناجح لدى طالبات المرحلة الثانوية. [رسالة دكتوراه غير منشورة]، جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية، الرياض.

شونك، ديل. (2020). نظريات التعلم منظور تربوي (وليد سحلول، مترجم). دار جامعة الملك سعود للنشر. (نشر العمل الأصلي عام 2016).

العجمي، نوير؛ والعتيبي، سلمان. (2022). درجة وعي مشرفات الرياضيات بالمرحلتين المتوسطة والثانوية بأهم الممارسات التدريسية في ضوء مكونات البراعة الرياضية، دراسات عربية في التربية وعلم النفس، 144(3)، 339-378.

العمري، ناعم؛ والحارثي، ناصر. (2020، ديسمبر 5-7). واقع ممارسة معلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة التمثيلات المتعددة [عرض ورقة علمية]. المؤتمر السابع لتعليم وتعلم الرياضيات أبحاث تعليم الرياضيات التأثير والتطبيق والممارسة، الجمعية السعودية للعلوم الرياضية، جامعة الملك سعود، الرياض، المملكة العربية السعودية.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

الغامدي، غرم الله. (2022). تقييم محتوى مناهج الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في ضوء معايير برامج تعليم وتعلم الطلاب الموهوبين، مجلة جامعة الملك خالد للعلوم التربوية، 9(3)، 315-344.

الغامدي، نعمت. (2018). تحقق معياري الترابط والتمثيل الرياضي في كتب الرياضيات بالمرحلة المتوسطة. [رسالة ماجستير غير منشورة]. جامعة الملك سعود، الرياض.

الغامدي، عايض؛ والجعفري، علي. (2020). مدى توفر المعايير المهنية NCTM في أداء معلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة، مجلة تربويات الرياضيات، 23(5)، 177-203.

المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات. (2019). من المبادئ إلى الإجراءات ضمان النجاح الرياضي للجميع (ناعم العمري، مترجم). الرياض: دار جامعة الملك سعود للنشر. (نشر العمل الأصلي عام 2014).

الملاء، نورة؛ والسعدون، بتول. (2020). الاحتياجات التدريبية اللازمة لتدريس مناهج الرياضيات المطورة (McGraw-Hill) بالمرحلة المتوسطة من وجهة نظر معلمات الرياضيات في منطقة الأحساء. المجلة العلمية لكلية التربية، جامعة أسيوط، 36(12)، 220-267.

منسي، بندر. (2013). تطوير منهج الرياضيات بالمرحلة الابتدائية في ضوء نظرية التعلم المستند إلى الدماغ. [رسالة دكتوراه غير منشورة]، جامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية، الرياض.

النعيمي، غادة. (2016). أثر استخدام برنامج جيوجبرا (Geogebra) في تنمية مهارات الترابط الرياضي لدي طالبات الصف الأول الثانوي بمدينة الرياض، المجلة الدولية التربوية المتخصصة، 5(5)، 39-62.

هيئة تقويم التعليم والتدريب. (2019). الإطار التخصصي لمجال تعلم الرياضيات، الرياض.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

ياسين، هلال. (2010). مراعاة كتب الرياضيات المدرسية للمرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية لأنماط تعلم الطلبة. [رسالة دكتوراه غير منشورة]. جامعة عمان العربية، عمّان.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

References

Abbasi, M., Abdullah, B., Castano-Rosa, R., Ahmad, M., & Rostami, A. (2023). A Framework to Identify and Prioritise the Key Sustainability Indicators: Assessment of Heating Systems in The Built Environment. Sustainable Cities and Society, 95, 1-21.

Al-Ajami, Nuwayyir; & Alotaibi, Salman. (2022). The Degree of Awareness of Female Supervisors of Mathematics in the Intermediate and Secondary Stages of the Most Important Teaching Practices in Light of Mathematical Proficiency Components. Arab Studies in Education and Psychology, 144(3), 339-378.

Alibali, M., & Nathan, M. J. (2007). Teachers' gestures as a means of scaffolding students' understanding: Evidence from an early algebra lesson, In Goldman, R., Pea, R., Barron, B., & Derry, S. (Eds.), Video Research in the Learning Sciences, 349-365. Routledge.

AlAmry, Naem; Al-Harithi, Nasser. (2020, December 5-7). The reality of middle school mathematics teachers' practice for multiple representations [Paper Presentation]. The Seventh Conference on Teaching and Learning Mathematics, Mathematics Education Research, Impact, Application and Practice, Saudi Society for Mathematical Sciences, King Saud University, Riyadh, Kingdom of Saudi Arabia.

Avella, J. (2016). Delphi Panels: Research Design, Procedures, Advantages, and Challenges. International Journal of Doctoral Studies, 11, 305-321.

Badawi, Ramadan. (2019). Strategies In Teaching and Evaluating of Mathematics Learning. (2nd ed). Dar Al-Fikr.

Balawi, Ayed. (2020). The Level of Inclusion of Problem Solving Strategies In The Mathematics Book For The Second Grade Intermediate In Saudi Arabia. Journal of Educational Science, 5 (2), 55-88.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

Boaler, J. Chen, L. Williams, C. & Cordero, M. (2016). Seeing as Understanding: The Importance of Visual Mathematics for our Brain and Learning. Journal of Applied & Computational Mathematics. 5(5), 1-6.

Bossé, M. J. (2016). Using Integer Manipulatives: Representational Determinism. International journal for mathematics teaching and learning, 17(3), 1-20.

Carretero-Gómez, J. (2009). Utility Analysis of HRM Effectiveness. In Encyclopedia of Human Resources Information Systems: Challenges In E-HRM, 898-909). IGI Global.

Celik, H. (2019). Investigating The Visual Mathematics Literacy Self-Efficacy (VMLSE) Perceptions of Eighth Grade Students and Their Views on This Issue. International Journal of Educational Methodology, 5(1), 165-176.

Cramer, K. A. (2003). Using a translation model for curriculum development and classroom instruction: Models and modeling perspectives on mathematics pr. In Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics pr (pp. 449-464). Lawrence Erlbaum Associates.

Aldobyan, Ahood. (2021). The Level of Including Digital Literacy Skills in The Mathematics Textbook for The First Intermediate Grade In KSA. Journal of Educational and Psychological Sciences, 5(47), 76-94

Education and Training Evaluation Commission. (2019). The Specialized Framework for The Field of Mathematics Learning.

Embong, Z., Adnan, N., Saidin, N., & Ibrahim, H. (2019). Effects of Visual Approach in Teaching Mathematics for Malaysian Secondary School: A Case Study. Journal of Human Development and Communication, 8, 97-106.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

Fish, L., & Busby, D. (2005). The delphi technique. In D. Sprenkle and F. Piercy (Eds.), Research methods in family therapy (2nd ed.). Guilford.

AlGhamdi, Ayed; & Al-Jaafari, Ali. (2020). The availability of NCTM professional standards in the performance of intermediate school mathematics teachers, Journal of Mathematics Education, 23(5), 177-203.

AlGhamdi, Ghormallah. (2022). Evaluation Of the Content of Mathematics Curricula at The Intermediate Stage in Light of The Standards of Gifted Students' Education and Learning Programs. King Khalid University Journal of Educational Sciences, 9(3), 315-344.

AlGhamdi, Namet. (2018). Achieving Mathematical Connections and Representation Standards in at The Middle School Mathematics Text books [Unpublished master's thesis]. King Saud University.

General Management of Guidance and Counselling. (2017). A Procedural Guide to The Characteristics of Growth in The Intermediate and Secondary Schools and Its Educational Applications. Ministry of education.

Glencoe Mathematics. (n.d). Research Based Strategies Used to Develop. Glencoe Texas Mathematics Programs for Middle school and High School.

Hallowell, M., & Gambatese, J. (2010). Qualitative Research: Application of the Delphi Method to CEM Research. Journal Of Construction Engineering and Management, 136(1), 99-107.

Al-Harbi, Musa. (2017). Teaching Aids Included in The Developed Textbooks of Mathematics in The Primary and Middle Stages Between Realities and Expectations [Unpublished master's thesis]. Umm Al Qura University.

Ismail, Hamdan; & Mustafa, Iman. (2019). The Culture of The Visual and Visual Literacy: An Introduction to Teaching and Learning in The Twenty-First Century. AlMotanabi Bookshop.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

Johnson, E. (2018). A New Look at the Representations for Mathematical Concepts: Expanding on Lesh's Model of Representations of Mathematical Concepts. In Forum on Public Policy Online (Vol. 2018, No. 1). Oxford Round Table. 406 West Florida Avenue, Urbana, IL 61801.

Karadag, Z. & McDougall, D. (2009). Visual Explorative Approaches to Learning Mathematics. In Swars, S., Stinson, D. & Lemons-Smith, S. (Eds.), Proceedings of the Thirty First Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 5، 1630-1636. Georgia State University.

Keeney, S., Hasson, F., & McKenna, H. (2011). The Delphi Technique in Nursing and Health Research. Wiley.

AlKhalaf, Nawal. (2018). A Proposed Model for The Development of The Curriculum of Professional Education for Secondary School Students in Light of The Requirements of The Knowledge Economy [Unpublished doctoral dissertation]. Imam Muhammad bin Saud Islamic University.

Khalil, I., Al-Aqlaa, M., Al-Wahbi, T., & Wardat, Y. (2024). Evaluating Students' Perception of Visual Mathematics in Secondary Geometry Education: A Mixed Methods Investigation. International Journal of Information and Education Technology, 14(4), 542-551.

Khormi, S., & Woolner, P. (2019). Development of Saudi mathematics curriculum between hope and reality. International Journal of Management and Applied Science, 5(12), 26-36.

AlKhuzaim, Khalid. (2018). Training Needs of Intermediate and Secondary Teachers in Light of The Requirements of The Mathematics Curriculum Developer, Journal of Human and Administrative Sciences, 15(1), 62-81.

Lima, F., Brandão, D. N., de Brito, L. R., & de Barros Vieira, W. (2021). A Matemática Visual para o Desenvolvimento de Mentalidades

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

Matemáticas em Alunos de uma Escola Pública. Diversitas Journal, 6(4), 4086-4106.

López-Arquillos, A., & Rubio-Romero, J. (2015). Proposed Indicators of Prevention Through Design in Construction Projects. Revista de la Construcción. Journal of Construction, 14(2), 58-64.

Mansi, Bander. (2013). Developing The Mathematics Curriculum in The Primary School in Light of The Brain-Based Learning Theory. [Unpublished doctoral dissertation]. Imam Muhammad bin Saud Islamic University.

Mayer, R. (2014). Multimedia instruction. In Handbook of research on educational communications and technology (pp. 385-399). Springer, New York, NY.

Moore, T., Brophy, S. P., Tank, K. M., Lopez, R. D., Johnston, A. C., Hynes, M. M., & Gajdzik, E. (2020). Multiple representations in computational thinking tasks: a clinical study of second-grade students. Journal of Science Education and Technology, 29(1), 19-34.

Moore, S., & Rimbey, K. (2022). Mastering Math Manipulatives, Grades 4-8: Hands-On and Virtual Activities for Building and Connecting Mathematical Ideas. Corwin Press.

AlMulla, Nourah; And AlSadoon, Batoul. (2020). The Training Needs Needed to Teach the Developed Mathematics Curricula (Mcgraw-Hill) At the Intermediate School from The Point of View of Mathematics Teachers in The Al-Ahsa Region. Scientific Journal of the Faculty of Education, Assiut University, 36(12), 220-267.

Murphy, S. (2020). Powering Up Your Visual Learning Practice: Strategies to Help Students Succeed in Math. Savvas Learning Company.

AlNaimi, Ghadah. (2016). The Effect of Using Geogebra Program in The Development of Mathematical Connections Skills of The First Grade

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

Secondary Students in Riyadh. International Specialized Educational Journal, 5(5), 39-62.

National Council of Teachers of Mathematics. (2019). principles to Actions Ensuring Mathematical success for all (Naem AlAmary, translator). King Saud University Press. (Original work published 2014).

National Research Council [NRC]. (2001). Adding it Up: Helping Children Learn Mathematics. J. Kilpatrick, J. Swafford, and B. Findell (Eds.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. National Academy Press.

Pahrudin, A., SUHERMAN, S., RİNALDİ, A., ARTIANI, L., & SUGİHARTA, I. (2020). Effectiveness of student math-worksheets with a picture-based approach of the STEM. Journal for the Mathematics Education and Teaching Practices, 1(2), 53-62.

Posamentier, A., & Smith, B. (2021). Teaching Secondary School Mathematics: Techniques and Enrichment. World Scientific.

Remillard, J. T., & Kim, O. K. (2020). Elementary mathematics curriculum materials: Designs for student learning and teacher enactment. Springer Nature.

Rey-Merchán, M., Gómez-de-Gabriel, J., López-Arquillos, A., & Fernández-Madrigal, J. (2021). Virtual fence system based on IoT paradigm to prevent occupational accidents in the construction sector. International journal of environmental research and public health, 18(13), 1-17.

Rey-Merchán, M., López-Arquillos, A., & Rosa, M. (2022). Carpooling Systems for Commuting Among Teachers: An Expert Panel Analysis of Their Barriers and Incentives. International Journal of Environmental Research and Public Health, 19(14), 1-12.

Sammons, L. (2018). Teaching students to communicate mathematically. ASCD.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5

Schunk, D., (2020). Learning Theories: An Educational Perspective (Walid Sahloul, translator). King Saud UniversiTy Press. (Original Work Published 2016).

Selling, S. (2016). Learning to Represent, Representing to Learn. The Journal of Mathematical Behavior, 41, 191-209.

AlShmmryi, Abeer. (2019). Development Of Physics Curriculum in Light of The Brain-Based Learning Theory and Its Effectiveness in Developing Future Thinking Skills and Successful Intelligence Among Female Secondary School Students [Unpublished doctoral dissertation]. Imam Muhammad bin Saud Islamic University.

Smith, M.; Steele, M; & Raith, M. (2017). Taking Action Implementing Effective Mathematics Teaching Practices Grades 6-8. National Council of Teachers of Mathematics.

Smith, C., & Cekiso, M. (2020). Teachers' understanding and use of visual tools in their numeracy classrooms: A case study of two primary schools in gauteng. South African Journal of Childhood Education, 10(1), 8.

AlSubaie, Najla; And Al-Muzaini, Tahani. (2022). The Level of Mathematical Literacy Existent in Mathematics Course of an Intermediate Stage in Light of the PISA Framework, Arabian Gulf Letter, 166, 121-142.

AlTamimi, Jassim. (2016). Teaching Mathematics and Its Curricula to The Classroom Teacher. Academic Book Center.

Yasin, Hilal. (2010). The Degree of Congruency of School Mathematics Books for the Intermediate school with the Learning Styles in Saudi Arabia [Unpublished doctoral dissertation]. Amman Arab University.

Zain Al-Din, Muhammad. (2013). Methods Of Constructing the Proposed in Scientific Theses. Umm Al Qura University.

http://dx.doi.org/10.29009/ijres.7.3.5